

a) Weißes Licht ist eine Mischung aus unterschiedlichen Spektralfarben, d.h. es besteht aus Elektromagnetischen Wellen verschiedener Wellenlängen.

- Um ein Spektrum von weißem Licht zu erzeugen, kann man entweder ein Gitter, oder ein Prisma verwenden. Das Spektrum beim Gitter entsteht durch Interferenz, hier wird rot stärker als blau abgelenkt, weshalb das Spektrum von der Mitte aus von kurzen zu langen Wellenlängen verläuft. Des Weiteren kann man je nach gewählter Gitterkonstante auch Spektren höherer Ordnung beobachten, welche sich zum Teil auch überlappen.

Das Spektrum beim Prisma entsteht durch Dispersion, hierbei wird blaues Licht stärker als rotes Licht gebrochen. D.h. von der Mitte aus gesehen verläuft das Spektrum vom langwelligen roten Licht zum kurzwelligen blauen Licht. Außerdem entsteht durch Dispersion lediglich ein Spektrum.

- Unter Dispersion versteht man die Tatsache, dass Licht in optisch dichteren Medien (Brechungsindex $n > 1$) eine kleinere, von der Frequenz abhängige Ausbreitungsgeschwindigkeit besitzt. Trifft weißes Licht auf die Grenzfläche eines optisch dichteren Mediums, so werden die verschiedenen Farben aufgrund der unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten unterschiedlich stark gebrochen.

Ein Gitter besteht aus einer Vielzahl einzelner Spalten. Sind die Spaltöffnungen sehr eng, so geht hinter dem Spalt eine Elementarwelle aus, welche sich halbkreisförmig ausbreitet. Die von den einzelnen Spalten ausgehenden Elementarwellen überlagern sich und es kommt zu Interferenz. Ist der Gangunterschied benachbarter Wellen gerade ein Vielfaches der Wellenlänge, so überlagern diese sich konstruktiv und es entsteht ein Intensitätsmaximum. Da die Farbe direkt von der Wellenlänge abhängt sind die Intensitätsmaxima an verschiedenen Stellen zu beobachten.

- b)
- Beim Doppelspalt entsteht ein Intensitätsmaxima genau dann, wenn der Gangunterschied der beiden Wellenstrahlen ein Vielfaches Wellenlänge, also $\delta = k \cdot \lambda$ $k \in \mathbb{N}_0$, ist. Ist der Abstand Doppelspalt-Schirm hinreichend groß, so kann die Näherung quasiparallele Strahlen durchgeführt werden, dann gilt für den Winkel α_k unter welchem ein Maximum erscheint

$$\sin(\alpha_k) = \frac{\delta}{g}.$$

Aus der Abbildung entnimmt man, dass das Maximum 2. Ordnung unter einem Winkel von $2,5^\circ$ auftritt. Formt man die obige Gleichung nach dem Spaltmittenabstand um, so erhält man für diesen:

$$g = \frac{\delta}{\sin(\alpha_k)} = \frac{2 \cdot \lambda}{\sin(\alpha_2)} = \frac{2 \cdot 440 \cdot 10^{-9}}{\sin(2,5^\circ)} \text{ m} \approx 2,02 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 20,2 \mu\text{m}.$$

- Aufgrund der endlichen Spaltbreite erhält man von den einzelnen Spalten jeweils ein Beugungsbild eines Einzelspalt, welches sich mit der Intensitätsverteilung des Doppelspalt überlagert. Fällt ein Minimum des Einzelspalt auf ein Maximum des Doppelspalt, so bleibt dieses aus. Aus der Abbildung entnimmt man, dass das erste Minimum der Einzelspalte auf das vierte Minimum des Doppelspalt fällt. Minima beim Einzelspalt treten genau dann auf, wenn die Randstrahlen zueinander einen Gangunterschied von $\delta = k \cdot \lambda$ $k \in \mathbb{N}^*$ haben. Somit gilt für den Winkel unter welchem ein Minimum k -ter Ordnung auftritt

$$\sin(\beta_k) = \frac{\delta}{a}.$$

Aus Abbildung 1 entnimmt man, dass $\sin(\alpha_4) = \sin(\beta_1)$ gelten muss, es folgt also:

$$\frac{4 \cdot \lambda}{g} = \frac{1 \cdot \lambda}{a}$$

$$a = \frac{1}{4} \cdot g \approx 5,05 \mu\text{m}.$$

- In der Regel ist der Laserstrahl so dick, dass bei zunehmender Spaltzahl auch mehr Spalte beleuchtet werden, wie die beiden Spalte des Doppelspalts. Deshalb steigt zum einen auch die Intensität des Interferenzmusters an, es sind aber auch, je nach der Anzahl der beleuchteten Spalte des Gitters unter Umständen Nebenmaxima zu sehen. Ist die Anzahl der beleuchteten Spalte zu groß, so kann man die Nebenmaxima nicht mehr beobachten, da diese zu lichtschwach sind.

Haben nun Gitter und Doppelspalt die gleichen Spaltbreiten so ändert sich die Lage der Maxima nicht, diese werden nur schärfer begrenzt und es fallen wie beim Doppelspalt die Maxima 4., 8., 12., usw. Ordnung aus. Die Intensitätsverteilung nimmt nach außen hin ebenfalls ab.

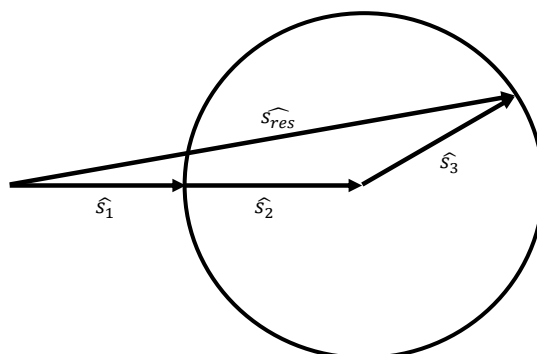
Haben Gitter und Doppelspalt unterschiedliche Spaltbreiten ist diese beim Gitter kleiner als beim Doppelspalt, so wandern die fehlenden Maxima nach Außen, oder fallen komplett weg. Ist die Spaltbreite größer, so wandern die fehlenden Maxima nach innen, oder fallen ganz weg, wenn Gerade minimum Einzelspalt auf minimum Gitter fällt.

- c)
- Um zu zeigen, dass die Intensität ein lokales Minimum annimmt, muss man den Gangunterschied der Wellenstrahlen zueinander bestimmen. 50 cm hinter dem Spalt hat der mittlere Wellenstrahl eine Strecke von 50 cm zurückgelegt. Die beiden äußeren Strahlen haben hierbei die Strecke

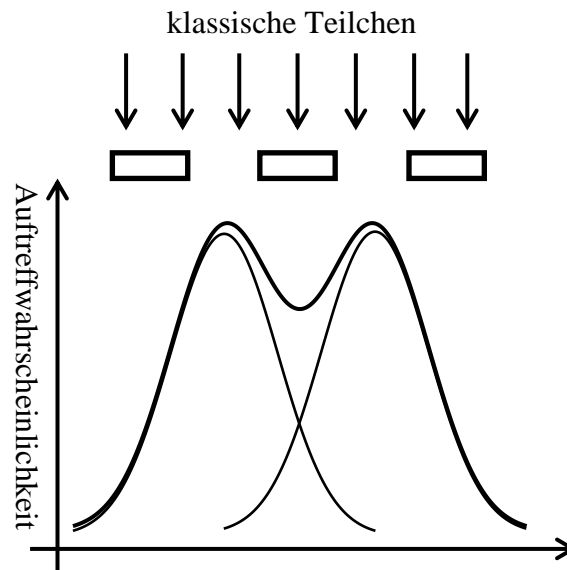
$$s = \sqrt{g^2 + x^2} = \sqrt{50^2 + 5^2} \text{ m} \approx 50,25 \text{ cm}$$

zurückgelegt. Die beiden äußeren Wellenzüge befinden sich im Punkt x in Phase (d.h. sie interferieren nur konstruktiv) und haben zum mittleren Wellenzug einen Gangunterschied von 0,25 cm. Dies entspricht gerade einer halben Wellenlänge, weshalb ein äußerer Wellenstrahl mit dem mittleren Wellenstrahl destruktiv interferiert, so dass nur noch ein äußerer Wellenstrahl übrig bleibt und deshalb ein lokales Minimum vorliegt.

- Die Wellen, welche von den äußeren beiden Spalten ausgehen befinden sich auf der Mittelachse in Phase, d.h. in einem Zeigerdiagramm haben die Zeiger, dieser beiden Spalte immer die gleiche Orientierung, so dass nur der Zeiger, welcher dem mittleren Spalt zugeordnet wird seine Orientierung gegenüber den anderen beiden ändern kann. Im Extremfall ist dieser Zeiger gerade gegenphasig zu den beiden anderen, so dass in der Vektoraddition immer noch ein Zeiger als resultierende übrig bleibt, d.h. die Intensität kann nicht null werden. Die folgende Abbildung verdeutlicht die Argumentation:



- d) • Wären die Elektronen rein klassische Teilchen, so würde man erwarten, dass man hinter dem Doppelspalt zwei Intensitätsmaxima beobachten könnte, welche durch Streuungen am Rand etwas verschmiert wären. Siehe hierzu die nachfolgende Abbildung



- Tatsächlich kann man den Elektronen eine Wahrscheinlichkeitswelle, mit der Wellenlänge der De-Broglie-Wellenlänge zuordnen, so dass diese Wahrscheinlichkeitswelle an den einzelnen Spalten gebeugt wird. Hinter dem Doppelspalt kann man, wenn man über einen Zeitraum die Auftreffpunkte der Elektronen detektiert ein Interferenzmuster wie beim Doppelspaltexperiment mit Licht beobachten.
- Es muss der Abstand der Minima des Interferenzmusters bestimmt werden, da jedoch benachbarte Minima zueinander den gleichen Abstand wie benachbarte Maxima haben, kann man auch den Abstand zweier Maxima zueinander bestimmen. Ein Maximum tritt genau dann auf, wenn für den Gangunterschied der Wellenstrahlen gilt $\delta_k = k \cdot \lambda$ mit $k \in \mathbb{N}_0$. Die Wellenlänge folgt aus der De-Broglie beziehung:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v},$$

um diese bestimmen zu können wird die Geschwindigkeit benötigt, welche man mittels Energieerhaltung bestimmen kann. Haben die Elektronen zuvor eine vernachlässigbare Geschwindigkeit, so gilt für die Geschwindigkeit nach dem Beschleunigungsvorgang:

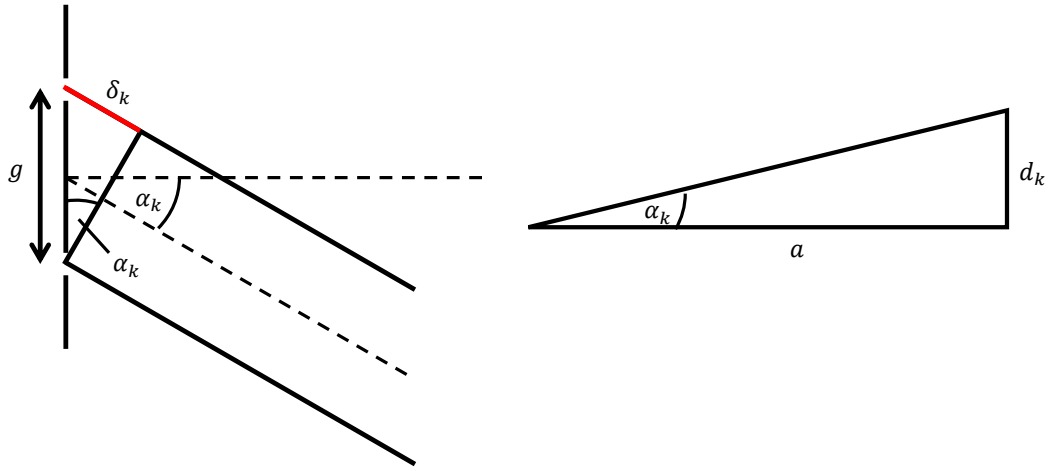
$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = q \cdot U$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 500}{9,11 \cdot 10^{-31}}} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1,33 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Somit gilt für die Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,21 \cdot 10^{-23}} \text{m} \approx 5,49 \cdot 10^{-11} \text{m} = 54,9 \text{pm}.$$

Den Winkel unter welchem ein Maximum auftritt kann man anhand der unten stehenden Skizze bestimmen



Für den Gangunterschied erhält man:

$$\sin(\alpha_k) = \frac{\delta_k}{g}.$$

wobei g den Spaltmittenabstand darstellt. Bezeichnet man den Abstand Spalt – Schirm mit a , so tritt das Maximum k -ter Ordnung unter einem Abstand d_k von der Mitte auf. Für diesen Abstand d_k gilt:

$$\tan(\alpha_k) = \frac{d_k}{a}.$$

Für kleine Winkel kann man die Näherung $\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha)$ verwenden, somit folgt für den Abstand d_k von der Mittellinie:

$$\begin{aligned} \frac{k \cdot \lambda}{g} &= \frac{d_k}{a} \\ d_k &= k \cdot \frac{\lambda \cdot a}{g} \\ &= k \cdot \frac{54,9 \cdot 10^{-12} \cdot 0,2}{1,5 \cdot 10^{-6}} \text{ m} \\ &\approx k \cdot 7,32 \cdot 10^{-6} \text{ m}. \end{aligned}$$

Für $k = 1$ erhält man den Abstand der Maximums 1. Ordnung von zentralen Maximum 0. Ordnung ($d_1 = 7,32 \mu\text{m}$), dieser entspricht ebenfalls dem Abstand zweier Minima zueinander.