a)
- Aufgrund der Trägheit bewegt sich die Masse nach dem Stoppen der Laufkatze mit der Geschwindigkeit $v_0 = 1,00\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ weiter. Hierbei zwingt das Seil die Last auf eine Kreisbahn, wobei die Tangentialkomponente der Gewichtskraft als Rückstellkraft wirkt, weshalb die Last bis zum rechten Umkehrpunkt abgebremst wird und schließlich in die andere Richtung wieder durch die Tangentialkomponente beschleunigt wird. Dieser Vorgang wiederholt sich nun periodisch, so dass hier ein Fadenpendel vorliegt.
- Setzt man die Potentielle Energie in der Ruhelage gleich 0, so besitzt das Pendel zu Beginn nur kinetische Energie. Im Umkehrpunkt ist die Geschwindigkeit gleich 0 und somit ist die Potentielle Energie maximal, hier wurde die kinetische Energie zu Beginn komplett in Potentielle Energie umgewandelt. Anhand der folgenden Skizze kann man nun die maximale Höhe mit dem Auslenkungswinkel in Beziehung setzen.

Für die maximale Höhe gilt nach der Energieerhaltung:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$$

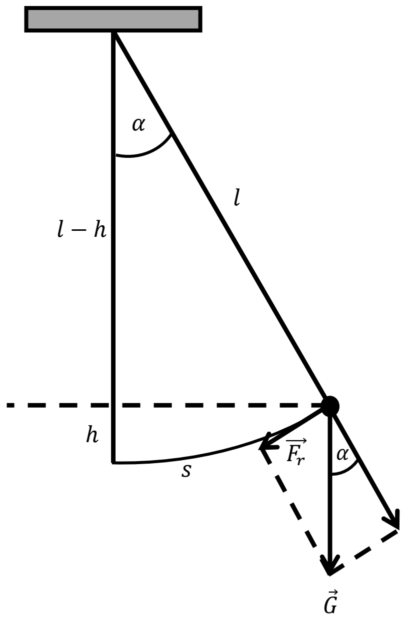
Somit folgt:

$$h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{1,00^2}{2 \cdot 9,81}\ \mathrm{m} = 0,0510\ \mathrm{m}$$

zum bestimmen des Winkels α verwenden wir die nebenstehende Skizze. Hierbei gilt:

$$\cos(\alpha) = \frac{l-h}{l} = 1 - \frac{h}{l} = 1 - \frac{0,0510}{12,0} = 0,996$$

Deshalb beträgt der maximale Auslenkungswinkel 5,3°.



- Um zu begründen, dass die Schwingung näherungsweise harmonisch ist, muss man zeigen, dass die Rückstellkraft F_r näherungsweise proportional zur Auslenkung des Fadenpendels ist. Für die Rückstellkraft gilt nach der Kräftezerlegung: $\sin(\alpha) = \frac{G}{F_r}$. Für kleine Auslenkungen α wie es mit 5,3° bei dieser Schwingung der fall ist, gilt für den Sinus im Bogenmaß:

$$\sin(\alpha) \approx \alpha = \frac{s}{l}$$

Gleichsetzen liefert:

$$\frac{s}{l} \approx \frac{G}{F_r}$$

Also gilt für die Rückstellkraft:

$$F_r = \frac{G}{l} \cdot s$$

D.h. die Rückstellkraft ist näherungsweise proportional zur Auslenkung, somit führt die Masse eine harmonische Schwingung durch.

- Für die Periodendauer einer harmonischen Schwingung eines Fadenpendels gilt:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{\omega} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{12,0}{9,81}} s = 6,95 \text{ s}$$

  Die Amplitude entspricht der Länge des Kreisbogens s in der Skizze. Zusammen mit dem maximalen Auslenkungswinkel α folgt für die Amplitude $\hat{s}$:

$$\hat{s} = l \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360°} = 12,0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{5,3°}{360°} = 1,11 \text{ m}$$

- Das Seil wird am tiefsten Punkt am stärksten belasten, hierbei wirkt die Gewichtskraft voll auf das Seil. Hinzu kommt noch die Zentripetalkraft, welche am Tiefsten Punkt durch die maximale Geschwindigkeit am größten ist, somit gilt für die maximale Belastung des Seils:

$$F = G + F_z = m \cdot g + \frac{m \cdot v_0^2}{l} = 25000 \cdot 9,81 \text{ N} + \frac{25000 \cdot 1,00^2}{12} \text{ N} = 247333\text{N} \approx 247 \text{ kN}$$

b)
- Um zu zeigen, dass $F \sim l^2$ ist, muss man zeigen, dass $\frac{F}{l^2}$ konstant ist. Da es sich hierbei um Messergebnisse eines Experiments handelt, genügt es, dass der Quotient im Rahmen der Messgenauigkeit ungefähr konstant ist. Aus den Messwerten folgt nun:

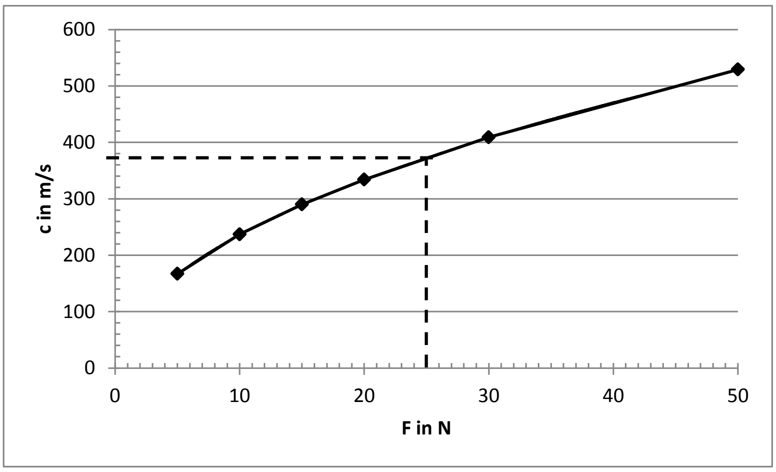
Spannkraft F in N	5,0	10,0	15,0	20,0	30,0	50,0
Saitenlänge l in m	0,190	0,269	0,329	0,380	0,465	0,601
$\frac{F}{l^2}$ in $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	138,5	138,2	138,6	138,5	138,7	138,4

  Damit ist gezeigt, dass $F \sim l^2$ gilt, mit einer mittleren Proportionalitätskonstanten von 138,5 $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.

- Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit gilt $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$, hierbei ist die Frequenz immer konstant 440 Hz. Die Wellenlänge der Grundschwingung auf der Saite hat gerade die doppelte Länge der Saite, somit gilt für die Ausbreitungsgeschwindigkeit: $c = \lambda \cdot f = 2 \cdot l \cdot f = 880 \cdot l \ \frac{1}{\text{s}}$

Spannkraft F in N	5,0	10,0	15,0	20,0	30,0	50,0
Saitenlänge l in m	0,190	0,269	0,329	0,380	0,465	0,601
c in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	167	237	290	334	409	529

  Hieraus ergibt sich das folgende Schaubild:



- Um nun eine Gleichung für $c(F)$ bestimmen zu können, benötigt man zunächst die Gleichung $c = 880 \cdot l\ \frac{1}{\mathrm{s}}$. In dieser gleichung muss nun l eliminiert werden, indem man das Ergebnis der ersten Teilaufgabe verwendet, dort hat man herausgefunden, dass $F = 138,5\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \cdot l^2$ gilt. Formt man diese Gleichung nach l um, so erhält man $l = \sqrt{\frac{F}{138,5\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}}$. Zusammen ergibt sich für die Gleichung von $c(F)$:

$$c(F) = 880 \cdot l\ \frac{1}{\mathrm{s}} = 880 \cdot \sqrt{\frac{F}{138,5\ \mathrm{N}}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 74,8 \cdot \sqrt{\frac{F}{\mathrm{N}}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

- Aus dem Schaubild entnimmt man für die Ausbreitungsgeschwindigkeit bei $F = 25$ N einen Wert von um die 370 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (im Rahmen der Messgenauigkeit). Setzt man $F = 25$ N in die zuvor bestimmte Formel ein, so erhält man:

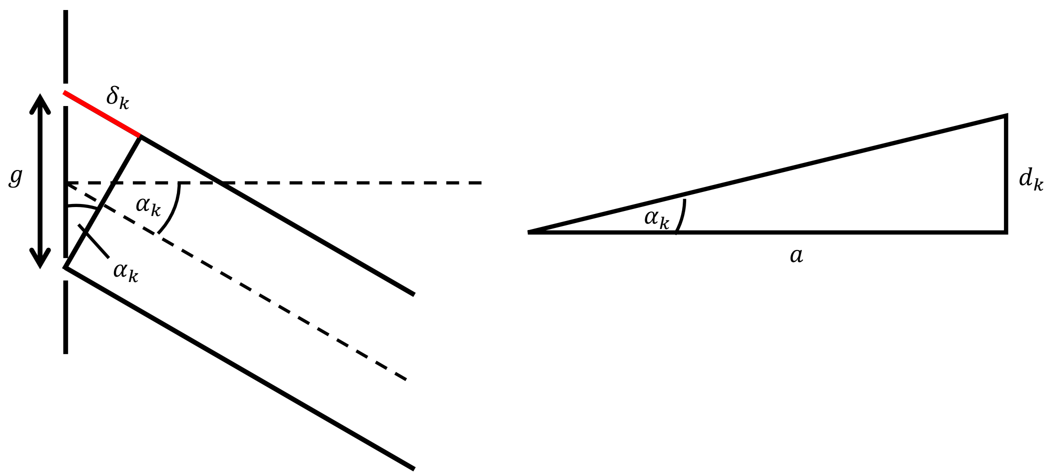
$$c(25\ \mathrm{N}) = 74,8 \cdot \sqrt{25}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 374\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

c)

- Das in Abb. 3 Dargestellte Bild erinnert an die Intensitätsvereilung des Doppelspaltexperiments mit Laserlicht, somit kann man das Bild als ein Interferenzmuster deuten, wenn man die Elektronen mit einer Wellenfunktion in Verbindung setzt. Hierbei stellt das Quadrat dieser Wellenfunktion ein Maß für die Auftreffwahrscheinlichkeit der Elektronen auf dem Schirm dar.
  In der klassischen Deutung, in welcher man die Elektronen als Teilchen auffasst, würde man auf dem Schirm zwei Intensitätsmaxima beobachten, welche durch Stöße am Rand etwas verschmiert wären. Mit dieser Deutung ist es jedoch nicht möglich eine Verteilung mit abwechselnd Maxima und Minima zu erhalten.
- Bei einem Doppelspalt erhält man konstruktive Interferenz, wenn der Gangunterschied zweier benachbarter Wellenstrahlen gerade ein vielfaches der Wellenlänge beträgt, es muss also gelten:

$$\delta_k = k \cdot \lambda \quad \text{mit } k \in \mathbb{N}_0$$

  Betrachtet man einzelne Wellenstrahlen der jeweiligen Spalte,



  so erhält man für den Gangunterschied:

$$\sin(\alpha_k) = \frac{\delta_k}{g}$$

wobei g den Spaltmittenabstand darstellt. Bezeichnet man den Abstand Spalt – Schrim mit a, so tritt das Maxima k-ter Ordnung unter einem Abstand d_k von der Mitte auf. Für diesen Abstand d_k gilt:

$$\tan(\alpha_k) = \frac{d_k}{a}$$

Für die Winkel der Maxima gilt somit:

$$\sin(\alpha_k) = \frac{k \cdot \lambda}{g} \quad \text{mit } k \in \mathbb{N}_0$$

λ kann man nun mit der De-Broglie-Wellenlänge $p = \frac{h}{\lambda} \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{h}{p}$ ersetzt werden, hiermit erhält man:

$$\sin(\alpha_k) = \frac{k \cdot \frac{h}{p}}{g} = \frac{k \cdot h}{p \cdot g} \quad \text{mit } k \in \mathbb{N}_0$$

Für den Impuls p gilt $p = m \cdot v$ und die Geschwindigkeit kann man mittels der kinetischen Energie berechnen $E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \;\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}}$. Somit gilt für den Impuls $p = m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}} = \sqrt{2 \cdot m \cdot E_{kin}}$.
Deshalb gilt für die Winkel der Maxima:

$$\begin{aligned}\sin(\alpha_k) &= \frac{k \cdot h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_{kin}} \cdot g} = k \cdot \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 600 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot 200 \cdot 10^{-9}} \\ &\approx k \cdot 2,51 \cdot 10^{-4} \quad \text{mit } k \in \mathbb{N}_0\end{aligned}$$

Da der Vorfaktor von k sehr klein ist, ist die Näherung $\sin(\alpha_k) = \tan(\alpha_k)$ angebracht, somit gilt:

$$\frac{d_k}{a} = k \cdot 2,51 \cdot 10^{-4}$$

Für den Abstand d_k von der Mitte gilt also:

$$d_k = k \cdot a \cdot 2,51 \cdot 10^{-4} = k \cdot 0,2 \cdot 2,51 \cdot 10^{-4} \text{ m} \approx k \cdot 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Der Abstand zweier benachbarter Streifen entspricht dem Abstand dem Maximum erster Ordnung zu dem zentralen Maximum und ist demnach

$$d_1 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 0,05 \text{ mm}$$

Sollte die Rechnung mit zwischenergebnissen durchgeführt worden sein, so erhält man die folgenden zwischenergebnisse:

$$\begin{aligned}v &= \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 600 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1,45 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ p &= m \cdot v = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,45 \cdot 107 \text{ Ns} \approx 1,32 \cdot 10^{-23} \text{ Ns} \\ \lambda &= \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,32 \cdot 10^{-23}} \text{ m} \approx 5,01 \cdot 10^{-11} \text{ m}\end{aligned}$$

- Besitzen die Elektronen keine einheitliche Energie, so besitzten diese unterschiedliche Geschwindigkeiten und nach der De-Broglie-Wellenlänge auch unterschiedliche

Wellenlängen. Somit verschiebt sich die Lage der Maxima und man erhält eine Überlagerung verschiedener Interferenzbilder. Durch diese Überlagerung verschmiert das resultierende Interferenzbild und je nachdem wie stark die Unterschieder der Geschwindigkeiten sind, erhält letztendlich eine gleichmäßige Verteilung.
Für den Winkel unter welchem Intensitätsmaxima auftreten gilt

$$\sin(\alpha_k) = \frac{k \cdot \lambda}{g}$$

Da die De-Brogile-Wellenlänge der Elektronen sehr klein ist (Größenordnung 10^{-11} m), muss der Spaltmittenabstand möglichst klein sein, damit der komplette Bruch nicht zu klein wird und damit der Ablenkwinkel nicht zu klein ist, so dass man die Maxima und Minima noch beobachten kann.